

Loogikafunktsiooni **implikant**      **Lihtimplikant**      **Taandatud DNK**

Mõistel **IMPLIKANT** pole mingit seost loogikatehtega **implikatsioon**.



Loogikafunktsiooni **implikandiks** nimetatakse tema **1**-de piirkonna mistahes *intervalli* ( ehk tema igat "ühtede intervalli" — iga suurusega).  
( meenutame : **intervall** on kindlate omadustega 2ndvektorite hulk )

--- näide: -----

Sellisel 3-muutuja loogikafunktsioonil (suvaline juhuslik näitefunktsioon) :

$f :$

	$x_2x_3$			
$x_1$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	0	0

.... on **7 implikanti** :

**{001} {011} {100} {101} {100 101} {001 011} {001 101}**

... mida esitavad Karnaugh' kaardil sellised *kontuurid* :

0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

**Lihtimplikantideks** nimetatakse *maksimaalseid* ehk *suurimaid* implikante — selliseid, mis **tervikuna ei sisaldu üheski muus** (veelgi suuremas) **1**-de intervallis.

sellel funktsioonil on *lihtimplikantideks* : **{100 101} {001 011} {001 101}**

**Taandatud DNK** (TaDNK) on funktsiooni **kõikide lihtimplikantide** disjunktsioon.

Eelmise näitefunktsiooni **Taandatud DNK** esitub Karnaugh' kaardil :

$f :$

	$x_2x_3$			
$x_1$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	0	0

$$f(x_1x_2x_3) = x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1x_3 \vee \bar{x}_2x_3 \quad (\text{TaDNK})$$

( selle funktsiooni **MDNK** on  $x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1x_3$  )

**MDNK** ja **TaDNK** võivad olla (osadel funktsioonidel) sama avaldis.

Kui **MDNK** ja **TaDNK** on teineteisest erinevad avaldised, siis **MDNK sisaldub TaDNK sees**



Kuna kõik *lihtimplikandid* on Karnaugh' kaardil hästi näha, siis sobib kaart ka **TaDNK** leidmiseks.

Igal loogikafunktsioonil on täpselt **1 TDNK** ja täpselt **1 TaDNK**



.... aga **taandatud KNK** ?

**Taandatud KNK** on defineeritav **duaalse** vastandina TaDNK suhtes: **TaKNK** on kõikidest *suurimatest 0*-de intervallidest koostatud KNK



.... milleks **TaDNK** ?

algoritmiline minimeerimine saab toimuda ainult üle **taandatud** normaalkuju: kui arvutiprogramm peab leidma **MDNK** (MKNK), siis esmalt leiab minimeerimisalgoritm / programm **TaDNK** (TaKNK):

$f$ :

		$x_2 x_3$			
	$x_1$	00	01	11	10
0	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0

arvuti ei saa kohe väljavalida ainult **rohelised** kontuurid jättes **punase** üldse leidmata

ülesanne: -----



Leida **Karnaugh' kaardi** abil MDNK ja Taandatud DNK 4-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_4) = \sum(4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15)_1$$



kanname tõeväärtustabeli  $\sum(4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15)_1$  4-muutuja kaardile

		$x_3 x_4$			
	$x_1 x_2$	00	01	11	10
00					
01					
11					
10					

		$x_3 x_4$			
	$x_1 x_2$	00	01	11	10
00					
01		1	1	1	1
11			1	1	
10			1	1	

		$x_3 x_4$			
	$x_1 x_2$	00	01	11	10
00					
01		1	1	1	1
11			1	1	
10			1	1	

MDNK :  $f = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_4$

MDNK andvad mõlemad kontuurid esitavad **lihtimplikante**.

**TaDNK ?**

ehk: kas sellel funktsioonil on **veel** lihtimplikante lisaks neile kahele ?



Iga suurim 1-de kontuur esitab kaardil ühte lihtimplikanti.

1-de kontuur on "suurim" kui ta tervikuna ei sisaldu üheski teises (veelgi suuremas) 1-de kontuuris :

$x_3x_4$ $x_1x_2$	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11		1	1	
10		1	1	

Taandatud DNK :  $f = \bar{x}_1x_2 \vee x_1x_4 \vee x_2x_4$

MDNK on osa TaDNK-st: eelmised rohelised liikmed on MDNK-ks

ülesanne: -----



Leida Karnaugh' kaardi abil MDNK ja Taandatud DNK 4-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_4) = \sum(0, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 13)_1$$



kanname TVtabeli  $\sum(0, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 13)$  4-muutuja kaardile :

$x_3x_4$ $x_1x_2$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$x_3x_4$ $x_1x_2$	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11		1		
10	1	1		1

MDNK kontuuridevalik :

$x_3x_4$ $x_1x_2$	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11		1		
10	1	1		1

MDNK :  $f = \bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_3x_4$

MDNK koosseisu kontuurid esitavad selle funktsiooni (mingeid) lihtimplikante :  
( need 3 valitud kontuuri on lihtimplikandid )

TaDNK ? : kas sellel funktsioonil on veel lihtimplikante lisaks neile 3-mele ?



kõik lihtimplikandid : ( TaDNK jaoks kontuuridevalik ) :

$x_3x_4$	$x_1x_2$			
	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11		1		
10	1	1		1

TaDNK:  $f =$

$$\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

! tüüpiline viga:



see näide ei tähenda, et TaDNK saadakse 2-ruudulistest kontuuridest:

$x_3x_4$	$x_1x_2$			
	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11		1	1	
10		1	1	

$x_3x_4$	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11		1	1	
10		1	1	

NB! eelpoolsetes ülesannetes saadud ja analüüsitud DNK-avaldis:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

... ongi Taandatud DNK:



$f:$

$x_3x_4$	$x_1x_2$			
	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10	1		1	1

kõik need 5 kontuuri on lihtimplikandidid

selle loogikafunktsiooni TaDNK:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

... mistahes avaldiste teisendusel tekkiv DNK võib sageli olla TaDNK:

*näiteks kodutöös:*

korrutades MKNK sulud lahti ja lihtsustades, saame tulemusena (MKNK-ga võrdse) **TaDNK** :

$$\text{MKNK} = ( \quad )( \quad )( \quad ) = \dots\dots\dots = \text{TaDNK}$$

. . . ja kui kodutöös **MKNK = MDNK** siis peab kodutöös teisendust jätkama (*kleepimisseaduse* abil) nii, et lõpuks tekkiks **MDNK** :

$$\text{MKNK} = ( \quad )( \quad )( \quad ) = \dots\dots\dots = \text{TaDNK} = \dots\dots\dots = \text{MDNK}$$

**TaDNK** ja **MDNK** võivad osadel loogikafunktsioonidel olla **s a m a a v a l d i s .**

Kui **MKNK = MDNK** ja kui selle funktsiooni **TaDNK** ning **MDNK** on **s a m a a v a l d i s**, siis MKNK sulgude lahtikorrutamisel tekkib "kohe" MDNK :

$$\text{MKNK} = ( \quad )( \quad )( \quad ) = \dots\dots\dots = \text{MDNK}$$

**NB!**  
kui funktsiooni *minimaalsed normaalkujud* **ei ole** teineteisega võrdsed :

$$\text{MKNK} \neq \text{MDNK}$$

. . . siis MKNK sulgude lahtikorrutamise tulemus **ei** tule **MDNK**  
(vaid on lihtsalt mingi DNK)